UDK 929.51 Стипанић, Ернест

Владо БИЈЕЛИЋ

МАТЕМАТИЧАР ЕРНЕСТ СТИПАНИЋ (1917–1990)

Кључне ријечи: Ернест Стипанић, математика, филозофија, методологија.

УВОД

Професор др Ернест Стипанић најзначајнији је математичар који потиче из Боке Которске. Рођен је у Кумбору код Херцег Новог. Основну школу завршио је у Тивту, гимназију у Котору, а 1940. године је дипломирао теоријску математику на Филозофском факултету у Београду. У Другом свјетском рату учесник је покрета отпора и логораш на острву Мамула. Од 1947. године током више од 30 година он је предавач, професор и шеф Катедре за математику на Грађевинском факултету у Београду, као и предавач на бројним другим факултетима. Докторирао је 1957. године код професора Ђура Курепе на Природно-математичком факултету у Београду са тезом "Једна генерализација алгоритма ексхаустије и неки прилози примени ексхаустије". Активно је учествовао у раду разних удружења математичара, физичара и астронома, домаћих и иностраних и на многим скуповима у земљи и иностранству. Био је стални сарадник, уредник или рецензент бројних домаћих и страних часописа за математику, физику, астрономију, историју и филозофију природних наука. Био је ванредни члан Црногорске академије наука и умјетности.

Његов научни и стручни опус је веома обиман и разноврстан, иако је Стипанић највећи дио свог радног вијека посветио педагошком раду преносећи своје богато знање математике бројним студентима техничких и других факултета, гдје се изучава примјењена математика као моћно средство примјењене науке, технике. "Лакше је научити математику него радити без ње", поучавао је своје студенте. Написао је неколико значајних и обимних универзитетских уџбеника из више математике, теорије вјероватноће и математичке статистике за студенте техничких факултета. Његови научни и стручни радови припадају математичкој анализи и историји, филозофији и методологији математике и природних наука. Објавио је у домаћим и страним часописима преко 80 научних и 50 стручних радова. Посебно је био запажен његов допринос историји и филозофији математике и природних наука, гдје је био један од најзначајнијих југословенских аутора радова из ових области. Нарочито су значајни његови радови о Руђеру Бошковићу који су доприносили афирмацији Бошковићевог дјела и код нас и у иностранству.

Детаљнији биографски и библиографски подаци о Ернесту Стипанићу могу се наћи у доље наведим референцама под 6.5. и 6.6.

Ово је рад о математичару који је имао широко енциклопедијско познавање свих области математике и дубоко разумјевање њене суштине. Имајући у виду обимност и разноврсност Стипанићевих научних радова, у оквиру овог рада разматраћемо само радове у којима се бави неким фундаменталним математичким и посебно методолошким и филозофским проблемима математике. Покушаћемо да размотримо како је Стипанић размишљао о математичким проблемима, како их је рјешавао и сагледавао њихов дубљи смисао, односно какво је било његово схватање математике.

Напомињемо да у овом раду, с обзиром на његову намјену, неће бити наведена математичка извођења.

МАТЕМАТИЧКИ ПРИНЦИП ПЕРМАНЕНЦИЈЕ

Стипанић је хабилитирао за универзитетског наставника 1955. године радом „О принципу перманенције у математици“. Истом проблему враћа се знатно касније радом "Осврт на математички принцип перманенције као методолошки принцип".[6.1]

При настанку нових математичких појмова принцип перманенције утврђује који елементи старих појмова се уграђују у нове, општије појмове. Принцип перманенције основних закона аритметичких операција или правила први је уочио и формулисао Ханкел (Herman Hankel) 1867. године разматраући развој аритметике од природног до имагинарног броја. При генерализацији или проширењу појма броја увек остају сачувани закони који важе за полазни скуп бројева који се проширује. На пример, при проширивању скупа природних бројева N у скуп цијелих бројева Z важи принцип да основни закони, правила аритметичких операција (закон комутације и закон асоцијације) за сабирање и основни закони (закон комутације, закон асоцијације и закон дистрибуције) за множење остају да важе и у скупу Z. За Ханкела је то руководећи принцип у изградњи нових појмова броја.

Стипанић истиче да принцип перманенције има ”велики научно-методолошки и филозофски значај за цијелу математику’’. То је развојни принцип који обезбјеђује континуитет еволуције математичких појмова и теорија, при чему се елементи старог појма или теорије уграђују, остају очувани у новим појмовима и теоријама. Они су веза између старог и новог појма, старе и нове теорије. У процесу генерализације појмова и теорија у математици принцип перманенције се широко примјењује као ефикасан методолошки принцип.

Као илустрацију принципа перманенције, Стипанић у раду демонстрира свој оригинални примјер генерализације појмова из класичне теорије конвергенције бесконачних редова.

МЕТОДА ИСЦРПЉИВАЊА (ЕКСХАУСТИЈЕ)

Као што је у уводу наведено Стипанић је докторирао са тезом ”Једна генерализација алгоритма ексхаустије и неки прилози примени ексхаустије’’.[6.,2]Овај рад припада области математичке анализе којом се Стипанић у почетку претежно бавио.

Стипанић у дисертацији даје историјску генезу методе ексхаустије као инфинитезималног алгоритма заснованог на Еуклидовим, Еудоксовим и Архимедовим постулатима и теоремама, са посебним освртом на утицај Зенонових апорија на настанак методе ексхаустије, повезује њихове резултате са бесконачним конвергентним низовима, односно бесконачним конвергентним редовима и на крају уопштава ову методу увођењем специјалне функције ексхаустије. Све то изводи и доказује савременим математичким средствима, математичком анализом.

Метода ексхаустије, која се под овим називом помиње тек у 17. в, настала је у грчкој математици као поступак за одређивање квадратура и кубатура геометријских фигура и тијела. Аристотел (384-322 п.н.е.) у Физици (185 а 14) наводи да је идеју исцрпљивања први изнио Антифон покушавајући да ријеши проблем квадратуре круга. Опште је прихваћено да је њен творац Еудокс из Книда (око 408-350 п.н.е) један од најзначанијих грчких математичара. Како Стипанић наводи, то је инфинитезимална метода која се састоји у "одређивању алгоритма помоћу којег се посматрана величина (дужина, површина, запремина) може исцрпсти преко својих дјелова до величине мање од сваке задате величине исте врсте". Методолошки поступак је описан у Еуклидовој (325-265 п.н.е.) књизи Елементи.

Еудоксова теорија пропорција, највећи Еудоксов допринос математици и можда највеће постигнуће грчке математике, основа је из које је изведена метода ексхаустије. Теорија пропорције је био Еудоксов одговор на највећу кризу питагорејске математике која је настала открићем несамјерљивих величина. Проналазак да дијагонала квадрата чија је страница 1 није цијели (рационалан) број значило је да се односи геометријских величина не могу увијек изразити бројем. Откриће да постоје несамјерљиве геометријске величине довело је у сумњу полазни став питагорејске математике да се све може изразити бројем, како су га они схватали. Оно је имплицирало постојање ирационалног броја, али грчка математика није дошла до појма ирационалног броја, већ су грчки математичари то схватили да, како аритметика не може да изрази све геометријске истине, геометрија се мора ослободити бројева и бавити величинама, што је имало за последицу да је у даљем развоју грчке математике геометрија добила првенство над аритметиком.

Еудоксова теорија пропорција изнета је у V књизи Еуклидових Елемената увођењем дефиниција:

Дефиниција 4: Величине су у међусобном могућем односу ако једна умножена неким бројем може превазићи другу. [7.2,70]

Дефиниција 5: Величине су у истом односу, прва према другој и трећа према четвртој, ако, кад год се узму једнаки умношци прве и треће, као и једнаки умношсци друге и четврте величине, први умношци су или већи или једнаки или мањи од других узетих у одговарајућем поретку. [7.2,71]

Првом дефиницијом, која се назива и Еудоксова аксиома, одређује се које величине се могу поредити. Не могу се поредити, бити у могућем односу, дужина и површина или површина и запремина и сл. Могу се поредити само величине исте врсте. Имплицитно је ту садржан и Еудоксов став да се неће бавити бесконачно малим величинама, већ оним које су у могућем односу и које могу премашити једна другу умножавањем коначним бројем. Он не каже да ли оне постоје или не, већ да се њима математика не бави.[7.2,70] Ову аксиому Стипанић назива Еудокс-Архимедовом аксиомом, а у савременој литератури уобичајено се назива Архимедовом (287-212 п.н.е.) аксиомом.

Друга дефиниција казује да, без обзира да ли су величине међусобно самјерљиве или нијесу, могу се поредити њихови односи. Дакле, према Еудоксу може се рећи да су површине неког круга и квадрата у истом односу као површине неког другог круга и квадрата, иако су оба односа узети засебно несамјерљива. Тако ова дефиниција представља основу за израчунавање површина и запремина неправилних фигура и тијела, односно основу методе ексхаустије која је изложена у XII књизи Елемената. Сам поступак исцрпљивања неке величине до величине мање од ма које задате, наводи Стипанић, врши се на основу следеће теореме:

"Нека су дате двије неједнаке величине; ако се од веће одузме више од половине, а затим од добијеног остатка више од његове половине и ако се ова операција сукцесивно понови добиће се за остатак величина која ће бити мања од дате мање величине".[6.2,1] Ову теорему Стипанић назива Еуклидовом теоремом и истиче : „Појава ове теореме, како је већ у извјесном смислу истакао Luria (10,112) историјски је значајна. Она, с једне стране, означава крај етапе у развитку математике античке епохе, кад је у схватању природе геометријских величина (дужи, површине, запремине) доминирала идеја актуалне инфинитезимале (Питагорејска монада и Демокритов математички атом), и с друге стране, означава почетак етапе за коју ће бити карактеристична ексхаустија, као инфинитезимална метода, којом се кроз практичну реализацију идеје потенцијалне инфинитезимале (геометријска величине која је мања од сваке унапријед дате геометријске величине исте врсте) ријешио низ конкретних проблема геометрије (Еуклид-Архимед). . .[6.2,10]

Сам поступак одређивања површина или запремина састоји се у уписивању или описивању полигона са све већим бројем страница у круг или неку неправилну фигуру, односно у случају израчунавања запремина у уписивању или описивању полиедара у сферна тијела. На примјер, при одређивању површине круга или одсјечка параболе уписивањем у ове фигуре полигона са све већим бројем страна врши се исцрпљивање површина ових фигура површинама полигона, тако да разлика између површина полигона и површине фигуре постаје све мања и у довољном броју корака израчунава се површина фигуре.

Грчка математика је била уствари геометрија, па и Еуклид и Еудокс користе искључиво геометријске демонстрације. Међутим, Стипанић сматра да се прави и потпуни математички смисао Еудоксове методе ексхаустије може демонстрирати средствима савремене математичке анализе. Да би то показао он низ геометријских величина којим се врши исцрпљивање неке величине, замењује бесконачним конвергентним редом и тако доказује Еудокс–Еуклидову теорему и констатује да је то "очигледна и потпуна аналогија са појмом конвергентног бесконачног реда, посебно са појмом брзине његове конвергенције. Тако се јасно открива дубока и природна сродност између једног инфинитезималног алгоритма математике античке епохе и једног инфинитезималног алгоритма математике модерне епохе." .[6.2,3]

Стипанић даље сматра да ексхаустија као инфинитезимална метода има своје корјене у Зеноновим апоријама Дихотомија и Ахил и корњача. Зенон из Елеје (495-435? п.н.е.) изношењем апорија имао је за циљ да одбрани учење свога учитеља, оснивача елејске школе, Парменида (515-450?п.н.е.). Парменид је тврдио да постоји само Једно (битак), вечно, ненастало, непокретно и непромјенљиво и да је кретање привид. Вођен филозофским разлозима Зенон је сматрао да његове апорије, вјешто формулисане, доказују да нема мноштва и кретања, што су тврдили Парменидови противици питагорејци да постоји мноштво бројева, односно ствари, а Хераклит да је све кретање. У следећим вјековима, све до данас, настале су бројне интерпретације и коментари ових апорија, како филозофа, тако и математичара. Сматра се да су ова разматрања Зенонових апорија неспорно имале значајан утицај на развој грчке математике и математичког мишљења уопште. Како није сачуван оригинални Зенонов текст апорија, на основу секундарних извора (Аристотел, Симплиције) настале су разне формулације апорија. Стипанић наводи формулацију коју је дао Бранислав Петронијевић (1875-1954):

Дихотомија: "Ако постоји кретање, покретно мора најпре прећи половину пута, а пре половине целог пута половину његове половине, и опет половину ове половине. А ако је број половина бескрајан, немогуће је да бескрајно буде пређено у коначном времену. Кретање дакле не постоји."

Ахил и корњача: "Ако постоји кретање ни најспорији не може никада бити достигнут ни од најбржег. Јер онај који гони мора нужним начином, пре него што достигне (оног који бежи), најпре доћи на место одакле је пошао онај који бежи. А ако се претпостави, да се раздаљина између њих може смањивати у бесконачност, не само да Ахил никада не може стићи Хектора, него (не може стићи) ни корњачу.".[6.2,6]

Зенон својим апоријама или парадоксима, како се често у литаратури називају, не доказује ставове Парменидовог онтолошког монизма, већ показује поступком regresum ad infinitum, свођењем на противречност, да су ставови Парменидових противника бесмислени. Зенон растојање које треба прећи дијели до у бесконачност, па како се бесконачност не може прећи у коначном времену закључује да је кретање немогуће. Обично се наводи да су апорије докази против кретања и то према апорији Дихотомија кретање не може ни започети, а према апорији Ахил и корњача кретање се не може никад завршити. То би били одговори на филозофске разлоге изношења апорија. Међутим, њихов значај за математику може се утврдити, тврди Стипанић, само испитивањем математичког садржаја апорија. Зато Стипанић математизује Зенонове апорије, али не да би доказао да ли је кретање могуће или није, већ њега интересује да ли се Зеноновим апоријама уводе бесконачно мале величине. Апорије Дихотомија и Ахил и корњача су апорије о кретању, кинематичке апорије, јер је у њима експлицитно преко "најбржег" и "најспоријег" уведена брзина, односно узето је у обзир и простор и вријеме. Стипанић не узима у обзир вријеме. Поступак дијељења дужи и добијања дужи мање од сваке унапред задате дужи у Дихотомији је јасно прецизиран и може се представити опадајућом геометријском прогресијом, што није случај у апорији Ахил и корњача јер се само претпоставља да се раздаљина између Ахила и Корњаче ”може смањивати у бесконачност’’. Растојање између Ахила и корњаче се стално мијења, и то тако да се у сваком следећем кораку повећава за растојање које је корњача прешла у претходном кораку. Примјењујући савремену математичку нотацију, Стипанић растојања између Ахила и корњаче представља бесконачним опадајућим низом и изводи поступак који доводи до дужи мање од унапред задате дужи. Сада констатује да апорије Дихотомија и Ахил и корњача ‘’својом садржином идејно имплицирају бесконачну дјељивост дужи и бесконачну инфинитезималу, односно дуж која је мања од сваке унапред задате дужи’’. Спроведена математичка анализа показује да је поступак дијељења растојања (уствари исцрпљивања дужи) у апоријама еквивалентан Еудоксовим и Еуклидовим постулатима и теоремама. Зато је, сматра он, неспоран значај Зенонових апорија за генезу методе ексхаустије.

Своју пуну афирмацију грчка метода ексхаустије, у теоријском и практичном погледу, наводи Стипанић, доживјела је Архимедовим радовима о проблемима квадратуре и кубатуре. Архимедова метода исцрпљивања примијењена на израчунаваље површина и запремина криволинијских области и неправилних тијела састоји се у уписивању и описивању у области, односно тијела, праволинијских геометријских фигура, односно праволинијских тијела. Исцрпљивање површина, односно запремина, постиже се повећавањем броја страна уписаних и описаних полигона и полиедара. Стипанић наводи да Архимед тако формира монотоно растући низ величина које су све мање од величине коју треба одредити (површине или запремине) и монотоно опадајући низ величине које су све веће од величине коју треба одрети. На примјер, када је у питању квадратура круга , исцрпљивање се постиже тако што се у круг уписују и око круга описују полигони са све већим бројем страница. Разлика уписаних и описаних површина постаје све мања и може бити мања од сваке унапред задате величине исте врсте. Архимед сада помоћу доказа reduction ad absurdum доказује да кореcподентна величина мора бити једнака површини круга. Стипанић констатује да Архимед, увођењем истовремено монотоно растућих и монотоно опадајућих низова, уводи новину у ексхаустију у односу на своје претходнике и по њему је Архимедова метода генерализација Еудокс-Еуклидове ексхаустије. Многи аутори истичу да је она антиципација одређеног интеграла. Стипанић то прецизира и наводи да Архимедова ексаухстија наговештава модерни инфинитезимални алгоритам као бесконачни ред, односно бесконачни низ.

На крају Стипанић констатује да је Еудокс-Еуклидова и Архимедова ексхаустија инфинитезимална метода „којом се кроз практичну реализацију идеје потенцијалне инфинитезимале ријешио низ конкретних проблема геометрије" и да она антиципира модерни инфинитезимални алгоритам. Међутим, овдје је потребно примијетитити да Еудокс-Еуклидова и Архимедова метода ексхаустије од самих аутора није схватана као инфинитезимална метода, јер грчка математика није прихватала актуално бесконачне величине. Иако су се у својој математичкој пракси сусретали са бесконачностима, ови математичари су их одбацивали, пре свега из филозофских разлога. Грчка математика, односно геометрија, била је финитистичка јер се заснивала на увјерењу да у физичком свијету на који се односи нема актуалне бесконачности. Космос, сав видљиви свијет, за старе Грке је коначан. Тачно је да је поступак исцрпљивања, који се састојао у добијању произвољно мале величине која може бити мања од било које задате величине, имплицирао бесконачно мале величине. Бесконачност овог поступка је само потенцијална, јер се геометријским поступком није могла дословно исцрпсти цијела криволинијска површина, јер се бесконачно не може савладати корак по корак. У практичном поступку, користећи тадашња геометријска средства, величина површине или запремине могла је бити добијена, израчуната, само у кончаном броју корака. Број уписаних и описаних фигура увијек је морао бити коначан. Зато је између површина уписаних или описаних фигура и површине тијела чија се величина одређује увијек морала постојати нека разлика, па је зато њихова метода ексхаустије у практичној примјени ипак била само апроксимативна метода.[7.3] Та и таква, грчка метода ексхаустије користиће се за израчунавање површина и запремина све до настанка и развоја инфинитезималног рачуна у 17. и 18. в., и она је несумњиво имала велики хеуристички значај за његов настанак.

Summa su mmarum, Стипанић примјеном савремене математичке анализе на геометријску методу Еудокса, Еуклида и Архимеда и на Зенонове апорије, дакле егзактним поступком, доказује да је грчка метода ексхаустије антиципација савременог инфинитезималног метода, јер је она садржавала инфинитезимале и пре настанка инфинитезималног рачуна у 17.вијеку када ће оне постати легитимне математичке величине. Проблеми са којима су се сусретали грчки математичари (несамјерљивост, бесконачности) биће на адекватнији начин рјешавани тек настанком и развојем математичке анализе.

У другом поглављу дисертације Стипанић уопштава грчку методу ексхаустије модерним инфинитезималним алгоритмом. Уопштавање започиње дефиницијом поступка исцрпљивања неке величине. Формализацијом дефиниције добија бесконачни бројни низ. На основу овог низа изводи тзв. функцију ексхаустије која дефинише алгоритам ексхаустије броја. Ако је бесконачни бројни низ конвергентан и ексхаустија је конвергентна. Затим одређује услове за које је функција ексхаустије кореспондентна конвергентном низу, односно изводи више теорема које одређују потребне и довољне услове које функције ексхаустије треба да задовољи да би ексхаустија била конвергентна. Одмах истиче да је у Еудокс-Еуклидовој и Архимедовој ексхаустији функција ексхаустије имплицитно геометријски дефинисана и то тако да ексхаустија сигурно конвергира. Затим показује да се овај формализам може успјешно примјенити на Зенонове апорије и Архимедове квадратуре.

У трећем и завршном поглављу дисертације разматра питања конвергенције функције ексхаустије примјеном резултата другог поглавља на бесконачне нумеричке редове познатих савремених математичара и ту даје свој оригинални допринос.[6.6]

На крају можемо констатовати да Стипанић постиже основни циљ своје дисертације, односно изводи савремени алгоритам ексхаустије као генерализацију грчке методе ексхаустије и показује да је грчка метода ексхаустије била антиципација савременог инфинитезималног рачуна, односно да савремена математика има своје дубоке корјене у грчкој математици.

О МАТЕМАТИЧКОЈ ИНТУИЦИЈИ

У истоименом раду[6.3]Стипанић разматра улогу интуиције у настанку математичких појмова и теорија. Интуицију, односно интуициону спознају одређује као облик непосредне спознаје, до које се долази непосредним опажањем или увиђањем веза и својстава ствари и појава, и за коју није потребан никакав логички доказ. Разликује двије врсте интуиције, чулну интуицију и интуицију ума. У математици су аксиоме непосредне истине које се прихватају без доказа, док су теореме врста посредне спознаје до које долазимо путем доказа. Дакле, интуитивна спознаја се у математици схвата као она до које се не долази на основу математичког доказа из других математичких истина, већ непосредним увиђањем помоћу ума или чула. „Интуиција, с једне стране, као непосредна спознаја метематичке истине, као полазна или темељна спознаја, и с друге стране, као наслућивање математикчке истине уопште, играла је и стално игра веома важну улогу у развитку математике", наводи Стипнаић.

Стипанић ово илуструје са више примјера. Један од њих је примјер Еуклидовог постулата који каже "да се може повући од сваке тачке ка свакој тачки права линија". Постављањем лењира између двије тачке горња тврдња је очигледна и без икаквог доказа. У Еуклидовој геометрији аксиоме и постулати су очигледне истине, односно интуитивно сазнате, из којих се логичким доказима изводе теорије.

За Декарта (Rene Descartes, 1596-1650) је математичка интуиција полазна тачка дедуктивног система. Декарт је, сматра Стипанић, интуитивно дошао до спознаје да се сваком уређеном пару реалних бројева (x,y) може обострано једнозначно придружити тачка у равни. Тако се геометрија своди на аритметику и то је било полазиште за изградњу аналитичке геометрије.

Кант (Immanuel Kant,1724-1804) полази од става да су простор и вријеме чисте форме чулности, чулног сазнања, и сматра да се полазни ставови, аксиоми геометрије и аритметике, заснивају на чулној интуицији простора и времена и да су нам априорно дати. Дедукциојом из ових изграђен је конзистентан систем Еуклидске геометрије. Искази чисте геометрије су априорне и синтетичке истине о свијету појава, сматра Кант. Међутим, откриће нееуклидских геометрија у 19. вијеку показало је погрешност схватања да се само на основу интуитивно спознатих аксиома као основних ставова може засновати геометрија, па и друге математичке теорије. Лобачевски (Николај Иванович Лобачевски, 1792-1856) и други су показали да се V Еуклидов постулат о паралелним правима (Кроз тачку ван дате праве постоји само једна права паралелна с том правом) може заменити неким другим постулатом (Кроз тачку ван дате праве постоје двије праве које су паралелне с том правом) који није очигледан, није интуитивно спознат, и тако изградити исто тако конзистентна геометрија, али другачија од Еуклидове. Дакле основни ставови могу бити конвенције, а искази тако аксиоматизоване чисте математике нијесу априорне и синтетичке истине. Тиме је задат снажан ударац свим заговорницима интуитивне спознаје, а посебно Кантовој филозофији. Расел и други логицистичари оштро су критиковали Кантова становишта о улози интуиције у математици. Они су сматрали да сваку интуицију треба протјерати из математике. Математика се може свести на логику, а сви основни ставови математике извести из логике. Међутим, убрзо се показало, што наводи и Стипанић, да се логицистички систем заснивања математике не може ослободити од позивања на очигледност и интуицију. Он истиче да је најоштрији критичар антиинтуитивног и чисто логичког заснивања математике био француски математичар Анри Поенкаре (Henri Poincare,1854-1912). Он раздваја чулну од интелектуалне интуиције и сматра да је ова последња основа математичког расуђивања. Стипанић наводи његова размишљања: ''Чиста логика увијек води до таутологије. Она сама по себи не може засновати ништа ново, не може бити почетак никаквој науци...Посредством логике се доказује, а посредством интуиције открива... Логика нам говори да на том и том путу сигурно нећемо наћи препреке, но она не говори који пут води циљу. Зато треба издалека видети циљ, а способност која нас учи видјети је интуиција...''[62,15] Стипанић на крају истиче да је Поенкаре некад интуицију третирао као услов и основу математичке дедукције, а понекад као услов стваралаштва у математици.

Улога математичке интуиције долази до пуног изражаја у математичком интуиционизму, правцу чији представници (Брауер, Хејтинг, Вајл) сматрају да је интуиција основа матемамтике и логике. О математичком интуиционизму расправљаћемо више у наредном поглављу.

На основу Стипанићевих ставова, изнијетих у овом раду, може се закључити да је Стипанић био јак заговорник улоге интуиције у математици, мада то ипак релативизује. Наиме, он сматра да се интуитивна и логичка спознаја допуњују, да чине јединство. Наводи да је интуиција способност људског ума, али интуитивна спознаја није нека априорна особина људског ума, није независна од "историјског развитка човјека као мисаоне и друштвене индивидуе". "Интуитивна спознаја доминира над логичком у историјској генези једног математичког појма или теорије" као полазна спознаја, али касније у етапи формализације појма или теорије логичка спознаја је доминантна. Еуклид је полазио од аксиома као очигледних истина, али је за даље извођење користио логичко доказивање. До математичке строгости, што је био идеал грчке математике, може се доћи само доказом.

Математички интуиционизам као један од праваца заснивања математике у 20. вијеку није широко прихваћен. Напротив, имао је мали број присталица. Ипак, већина активних математичара рећи ће да њихова извођења разних формула и математичких теорија није формална игра, већ да они интуитивно "осјећају" да математички објекти са којима, раде на неки начин постоје, имају онтолошки статус. Зато је и разумљиво Стипанићево схватање улоге интуиције у математици, јер је он био прије свега математичар. Интуиција може имати значајну улогу у научном истраживању. Међутим, сваки истраживач добро зна да сваки интуитивни увид није откриће, већ се сваки мора логички испитати и неком научном методом провјерити, иначе може да нас води у заблуде. Интуиција није сигуран извор сазнања. "Ја не кажем да наука започиње од интуиције, већ да започиње од проблема"[7,4], сматра Карл Попер (Karl Poper, 1902-1994). За модерну математизовану науку основни ставови неке теорије нијесу аксиоми као очигледне, непосредно сазнате истине, већ постулати који су хипотезе. Из ових хипотеза изводи се, дедукује конзистентна и кохерентна научна теорија чије импликације се експериментално провјеравају. Ако ове импликације издрже тест провјере, теорија се прихвата као истинита док не дођемо до боље, а њени постулати се прихватају за научне истине, дакле посредно сазнају.

Завршићемо ово разматрање о Стипанићевом схватању улоге интуиције у математици цитирањем његовог става у вези открића да се V Еуклидов постулат о паралелним правима може замијенити неким другим : ‘’ Дуговјековна истраживања тог постулата открила су веома драстично недовољност интуитивне очигледности као искључивог ослонца заснивања геометрије и математике уопште.’’

КУДА ИДЕ САВРЕМЕНА МАТЕМАТИКА

Стипанићева књига "Путевима развитка математике"[6.4] је научно популарна књига намијењена широком кругу читалаца у којој је Стипанић показао своје широко енциклопедијско, научно и стручно познавања разних области математике и њене историје од првих почетака до 20. вијека. Ми ћемо овдје размотрити само Стипанићево расправљање о савреманим правцима у развоју основа математике које је дато у другом поглављу ове књиге (стр. 151-154).

Откриће Расловин парадокса у Канторовој (Georg Cantor, 1845-1918) теорији скупова, крајем 19. вијека, показивало је да је ова теорија противрјечна и да захтјева реформулисање и нову аксиоматизацију. Наиме, отворена су питања поузданости математике и саме њене основе. Како засновати цјелокуну математику на јединственим основама које доказиво нијесу спорне? Како је аксиоматски метод основни метод математике, требало је трагати за једном аксиоматском теоријом која је у основи цијеле математике. Из захтјева за новим заснивањем математике настали су и основни правци савремене математике о којима Стипанић даје краће приказе: логицизам, формализам и интуиционизам. Размотрићемо ове приказе и покушати да их ставимо у један шири контекст.

Логицизам

Логицистичка теза гласи: Закони математике броја могу се извести из логике, односно могу се свести на логику и само логику.

Заснивачи овог правца су Фреге (Gottlob Frege, 1848-1925) и Расел (Bertrand Russell, 1872-1970). Логицисти су „супроставили логичку спознају интуитивној“ и заступају „неопходност одредбе свих полазних математичких појмова терминима чисте логике, а доказе свих математичких тврђења логичким средствима“, [6.4,151]. наводи Стипанић. Како аристотеловска логика није омогућавала реализацију логистичке тезе, требало је изградити моћнији систем логике. Расел, заједно са Вајтхедом (Alfred Whithead, 1861-1947), Аристотеловој логици додаје аритметичке термине. Они прихватају Пеанову (Giuseppe Peano, 1858-1932) аксиоматику заснивања природних бројева и потпуно формализују математику. Математику су тако редуковали на логику која треба да обезбједи њену сигурност. Логичком аналазом одбацују Кантов појам броја као интуиције времена. По Раселу број је производ рационалног мишљења, закона логике. Из математике је прогнана интуиција, јер се по њима основни математички објекти могу логички дефинисати. Математика постаје скуп логичких исказа који се односе на математичке објекте који реално постоје и чекају да их математичар открије, што је био један облик платонизма. Међутим, ускоро се показало да из овако формализоване математике није искључена очигледност и интуиција. Зато Стипанић закључује: ”Дакле, ни максимално формализован систем аритметичких, односно математичких истина не може се ослободити од позивања на очигледност и интуицију.”[6.4,151]

Формализам

Најзначајнији представник овог правца је њемачки математичар Давид Хилберт (David Hilbert, 1862-1943). Стипанић сматра да је главни задатак овог правца био формализација математичких теорија, односно „њихово представљање у облику неинтерпретирајућих рачуна“ и „доказ непротивречности математичких теорија“. Заиста, Хилбертов програм је имао задатак да изврши формализацију цјелокупне класичне математике и да се у том поступку из ње искључе све противречности То се може постићи аксиоматском методом. Хилберт је формализацију извео полазећи од Пеанове аритметике, јер је сматрао да се све гране математике могу редуковати на аритметику и из ње извести. Пошао је од симбола, основних термина и аксиома из којих се правилима формације и трансформације дедукује логички непротивуречна теорија. Притом се занемарују значења свих симбола и термина. Даље, сматрао је да из математике треба протјерати све бесконачности. Сви докази морају бити изведени у коначном низу корака, финитним средствима. Тако добијени низови знакова повезани правилима трансформације, ослобођени сваког значења, чине формализовану неинтерпретирану математичку теорију. Теорија је поуздана ако и само ако је непротивречна.” У математивци постојати значи бити непротивречан", истиче Хилберт. Свака друга питања о постојању математичких објеката немају смисао. Сада је требало и доказати непротиврјечност тако формализоване математике, односно непротиврјечност аритметике. Хилберт за то користи једну општију формалну теорију, метаматематику, чији симболи означавају објекте формализоване математике и припадају метајезику. За доказивање користи финитне или конструктивне доказе. Стипанић сада истиче: „Хилбертов формализам полази од хипотезе могућности пуне и непротивречне формализације цјелокупне класичне математике. Међутим, теорема Гедела о непотпуности аксиоматске аритметике често се третира као оповргавање формализма, односно наведене Хилбертове хипотезе“[6.4,152] . Заиста, појавом Геделових (Kurt Gödel, 1906-1978) теорема 1931. године показало се да није доказана непротивречност аритметике. Прва Геделова теорема доказује да ако је формални систем непротиврјечан нужно мора бити непотпун, односно доказује да није могуће потпуно формализовати ниједну математичку теорију која садржи аритметику. Друга Геделова теорема тврди да се непротиврјеченост формалне математичке теорије која садржи аритметику не може доказати у тој формалној теорији. Ово је значило да цјелокупну математику није могуће формализовати и истовремено неуспјех Хилбертовог програма. Овим је на неки начин опет остало отворено питање позуданости математике. С друге стране, резултати Хилбертове математике нашли су своју потврду у успешној примени у савременој науци и трајан су допринос математици. Стипанић, иако се критички односи према формализму Хилбертове математике, то јасно истиче: " Хилбертова школа је постигла веома значајне резултате... Развила је апарат који је чврсто ушао у арсенал математичке логике и широко се примјењује од свих математичара и логичара." [6.4,152]

Интуиционизам

Главни представници овог правца су холандски математичар Брауер (Luitzen Egburtus Jan Brouwer, 1881-1966), оснивач математичког интуиционизма, Хејтинг (Arend Heyting, 1898-1980) и Вајл (Herman Weyl, 1885-1955). Интуиционизам је, сматра Стипанић, „математички правац који у интуцији види основу математике и формалне логике“, па наводи: „По Брауеру, математика као наука слободна је од логичких претпоставки, а једини јој извор може бити интуиција, из које с непосредном јасношћу произлазе појмови и закључци математике“[6.4,153] .Стипанић истиче да интуиционисти тврде „да је принцип потпуне математичке индукције основни и најспецифичнији принцјип за математику, логички неизводљив, и да се открива само посредством интелектуалног сагледавања, односно интелектуалном интуицијом“ [6.4,153]

Заиста, према Брауеру, полазна тачка у заснивању математике је интуиција броја до које ум долази на основу чисте интуиције времена. Вајл сматра да је интуиција итерације, бројање као додавање јединице, основа математичког мишљења. Бројеви постоје само ако могу да се достигну у мишљењу. Зато нема актуално бесконачих бројева, јер ми не можемо бесконачно бројати. Хејтинг сматра да бројеви не постоје независно од нашег мишљења.

На основу таквог схватања природног броја конструишу се сви остали математички објекти и то конструисање мора бити изведено у коначном броју корака. Хејтинг сматра да постојати у математици значи бити конструисан. Сваки математички исказ за који постоји конструктиван доказ је истинит, а онај који се конструктивним доказом може оповргнути је лажан. За математички исказ, који се не може ни доказати ни оповргнути, интуиционисти кажу да није ни истинит ни лажан, али може бити смислен, у ком случају логички закон искључења трећег није примјенљив. То је случај са матеамтичким проблемима који су нерјешиви, односно, како би рекли интуиционисти, за које не постоји конструктиван доказ ни да су истинити ни да су лажни.

Интуиционисти одбацују Канторову теорију трансфинитних бројева и по њима доказе засноване на овој теорији треба одбацити, јер су неконструктивни. Слично важи и за дјелове математичке анализе. Према Брауеру интуитивне математичке истине није могуће формализовати, односно математика се не може свести на језик или логику јер њене интуитивне истине претходе језику. Међутим, показало се да конструктивистичка реконструкција цјелокупне класичне математике није могућа. Из ових разлога интуиционистичко заснивање математике није прихваћено од већине математичара, јер је примјена њихових метода значила одбацивање многих дјелова стандардне математике, на шта они, који је свакодневно примјењују и сматрају да је тачна, нијесу пристајали.

На крају ових разматрања савремених праваца у развитку основа математике Стипанић наводи да постоје "још и правци реализам, номинализам и конвенционализам" који се баве филозофским проблемима математике. Шта су основе математике? Који су основни математички објекти (бројеви, скупови или структуре) и какав је њихов онтолошки статус? Стипанић ове проблеме у овој књизи не разматра, већ само констатује да савремена математика "отвара нове научне и филозофске, односно епистемолошке и онтолошке дилеме и проблеме односа математике и стварности."

РЕФЕРЕНЦЕ

6.1. Стипанић, Е., Осврт на математички принцип перманенције као методолошки принцип, Дијалектика, 1970, 1,стр.51-58

6.2. Стипанић, Е., Једна генерализација алгоритма ексхаустије и неки прилози примени ексхаустије, докторска дисертација, Београд, 1957

6.3. Стипанић, Е., О математичкој интуицији, Настава математике, V (XXVII), 1-2, Београд, 1978, стр.11-23.

6.4. Стипанић, Е., Путевима развитка математике, Вук Караџић, Београд, 1988

6.5. Ернест Стипанић 1917-1990, ЦАНУ, Споменица, Подгорица, 1994

6.6. Стојановић, С., Седамдесетогодишњица рођења Ернеста Стипанића, Дијалектика,1987, 1-2

ЛИТЕРАТУРА

7.1. Баркер, С., Филозофија математике, Нолит, Београд, 1973.

7.2. Божић, М., Преглед историје и филозофије математике, Завод за уџбенике и настанван средства, Београд, 2002.

7.3. Арсенијевић, М., Простор време Зенон, Издавачка књижарница Зорана Стојановића Сремски Карловци, Нови Сад, 2007

7.4. Попер К., Претпоставке и побијања, Издавачка књижарница Зорана Стојановића, Сремски Карловци,2002

Vlado Bijelić

ERNEST STIPANIĆ THE MATHEMATICIAN (1917-1990)

SUMMARY

This paper deals with the works of the mathematician professor Ernest Stipanić (1917 – 1990) who, besides his educational work, was also engaged in methods and philosophy of mathematical problems. It treats his most significant works in that domain related to some of the fundamental methods and philosophy of mathematical problems, such as: the principle of permanency, the method of exhaustion, the role of intuition in mathematics, problems of and directions of foundation and development of mathematics. The principal of permanency had great significance in the development of the concept of number, because at expanding the concept of number there always remain preserved the concepts of sets which are valid for the initial set of numbers. The method of exhaustion appeared in Ancient Greek mathematics as the procedure of determining the surface and volume of geometric figures and solids. It is considered that it was developed by Eudoxus, Euclid and Archimedes and that it is the anticipation of the contemporary infinitesimal calculus. In his doctor's thesis Stipanić gives the genesis of this method. Further, it is dealt with his works on the basic directions in founding of contemporary mathematics. The discovery of Russell's paradox in Cantor's theory initiated the issue of reliability and need for new axiomatization of mathematics which would lead towards an inarguable and reliable mathematical theory. Different approaches to these problems produced in the 20th century different directions in founding and developing mathematics: logicism, formalism and intuitionism. The role of intuition in mathematics is specially treated.